

## Colle du 30 septembre : Suites réelles et complexes - Topologie

*En italique sont indiquées d'éventuelles questions de cours.*

**Exercice 0 :** Tous les exercices de la semaine précédente.

**Exercice 1 :** Pour quelles valeurs de  $n$  existe-t'il une norme sur  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  invariante par similitude ?

**Exercice 2 :** Soit  $A \subseteq \mathbb{R}^n$  une partie fermée, convexe et non bornée. Montrer que  $A$  contient une demi-droite.

**Exercice 3 :** Soit  $Q$  un polynôme de  $\mathbb{R}[X]$ . Construire une norme sur  $\mathbb{R}[X]$  telle que la suite  $(X^n)_{n \geq 0}$  tende vers  $Q$ .

**Exercice 4 :** Soit  $C$  un compact convexe d'un espace vectoriel normé  $E$ . Soit  $f : C \rightarrow C$ . On suppose  $f$  1-lipschitzienne. Montrer que  $f$  admet un point fixe.